Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Volkswirtschaftslehre (ECON)

Lehrstuhl für Ökonometrie und Statistik

Kapitel XII - Einführung in die Zeitreihenanalyse

Deskriptive Statistik

Prof. Dr. W.-D. Heller

Hartwig Senska

Carlo Siebenschuh

Zeitreihen

Statistische Untersuchungen ökonomischer Größen werden in regelmäßigen Zeitabständen durchgeführt. Damit wird die Absicht verfolgt, über wirtschaftliche Entwicklungen frühzeitig einen Überblick zu erhalten, um dadurch möglicherweise rechtzeitig Maßnahmen ergreifen zu können, die vermutete Fehlentwicklungen verhindern. Außerdem kann man anhand der Entwicklung der einzelnen Größen unter Umständen erkennen, welche Auswirkungen politische und insbesondere wirtschaftspolitische Entscheidungen haben. Die Anzahl der beobachteten Größen ist umfangreich.

Zeitreihe:

Eine Folge beobachteter Werte einer Größe zu - in der Regel äquidistanten - Zeitpunkten bzw. für aufeinanderfolgende - in der Regel gleichlange - Zeiträume x_t für $t = 1, ..., n$:

$$x_1, ..., x_n$$

Zeitreihen

Statistische Untersuchungen ökonomischer Größen werden in regelmäßigen Zeitabständen durchgeführt. Damit wird die Absicht verfolgt, über wirtschaftliche Entwicklungen frühzeitig einen Überblick zu erhalten, um dadurch möglicherweise rechtzeitig Maßnahmen ergreifen zu können, die vermutete Fehlentwicklungen verhindern. Außerdem kann man anhand der Entwicklung der einzelnen Größen unter Umständen erkennen, welche Auswirkungen politische und insbesondere wirtschaftspolitische Entscheidungen haben. Die Anzahl der beobachteten Größen ist umfangreich.

Zeitreihe:
Eine Folge beobachteter Werte einer Größe zu - in der Regel äquidistanten - Zeitpunkten bzw. für aufeinanderfolgende - in der Regel gleichlange - Zeiträume x_t für $t = 1, ..., n$:

$$x_1, ..., x_n$$

Zeitreihen

Einige wichtige Größen sind:

- Bruttosozialprodukt (Konsum + Investitionen + staatlicher Verbrauch + Außenbeitrag)
- Zahl der Erwerbstätigen
- Arbeitslosenzahl
- Preisindices
- Lohnindices

Zeitreihen

Einige wichtige Größen sind:

- Bruttosozialprodukt (Konsum + Investitionen + staatlicher Verbrauch + Außenbeitrag)
- Zahl der Erwerbstätigen
- Arbeitslosenzahl
- Preisindices
- Lohnindices

Zeitreihen

Einige wichtige Größen sind:

- Bruttosozialprodukt (Konsum + Investitionen + staatlicher Verbrauch + Außenbeitrag)
- Zahl der Erwerbstätigen
- Arbeitslosenzahl
- Preisindices
- Lohnindices

Zeitreihen

Einige wichtige Größen sind:

- Bruttosozialprodukt (Konsum + Investitionen + staatlicher Verbrauch + Außenbeitrag)
- Zahl der Erwerbstätigen
- Arbeitslosenzahl
- Preisindices
- Lohnindices

Zeitreihen

Einige wichtige Größen sind:

- Bruttosozialprodukt (Konsum + Investitionen + staatlicher Verbrauch + Außenbeitrag)
- Zahl der Erwerbstätigen
- Arbeitslosenzahl
- Preisindices
- Lohnindices

Zeitreihen

Bei Zeitreihen ökonomischer Größen kann man meist vier Effekte erkennen:

- eine langfristige Entwicklung
- mittelfristige konjunkturelle Einflüsse
- kurzfristige, relativ regelmäßige Schwankungen (bedingt durch z.B. Jahreszeiten, Wochentage, regelmäßig wiederkehrende Termine, ...)
- „zufällige" Störungen (bewirkt duch z.B. Witterungseinflüsse, Äußerungen von Politikern, ...)

Zeitreihen

Bei Zeitreihen ökonomischer Größen kann man meist vier Effekte erkennen:

- eine langfristige Entwicklung
- mittelfristige konjunkturelle Einflüsse
- kurzfristige, relativ regelmäßige Schwankungen (bedingt durch z.B. Jahreszeiten, Wochentage, regelmäßig wiederkehrende Termine, ...)
- „zufällige“ Störungen (bewirkt duch z.B. Witterungseinflüsse, Äußerungen von Politikern, ...)

Zeitreihen

Bei Zeitreihen ökonomischer Größen kann man meist vier Effekte erkennen:

- eine langfristige Entwicklung
- mittelfristige konjunkturelle Einflüsse
- kurzfristige, relativ regelmäßige Schwankungen (bedingt durch z.B. Jahreszeiten, Wochentage, regelmäßig wiederkehrende Termine, ...)
- „zufällige" Störungen (bewirkt duch z.B. Witterungseinflüsse, Äußerungen von Politikern, ...)

Zeitreihen

Bei Zeitreihen ökonomischer Größen kann man meist vier Effekte erkennen:

- eine langfristige Entwicklung
- mittelfristige konjunkturelle Einflüsse
- kurzfristige, relativ regelmäßige Schwankungen (bedingt durch z.B. Jahreszeiten, Wochentage, regelmäßig wiederkehrende Termine, . . .)
- „zufällige“ Störungen (bewirkt duch z.B. Witterungseinflüsse, Äußerungen von Politikern, . . .)

Zeitreihen

Beispiel 12.1
Die folgende Tabelle gibt die Monatsendstände (in 1000 Personen) der Arbeitslosenzahlen der Jahre 1991 bis 2003 für die Bundesrepublik Deutschland wieder.

	Jan	Feb	März	Apr	Mai	Juni	Juli
1991	2631	2656	2539	2489	2446	2435	2762
1992	3219	3154	2988	2943	2854	2839	3016
1993	3451	3469	3364	3315	3245	3266	3492
1994	4029	4042	3900	3807	3665	3595	3707
1995	3850	3827	3674	3605	3461	3457	3591
1996	4159	4270	4141	3967	3818	3785	3912
1997	4658	4672	4477	4347	4256	4222	4354
1998	4823	4819	4623	4421	4197	4075	4134
1999	4455	4465	4288	4145	3998	3938	4027
2000	4293	4277	4141	3986	3788	3724	3804
2001	4093	4113	4000	3868	3721	3694	3799
2002	4290	4296	4156	4024	3946	3954	4047
2003	4623	4706	4608	4495	4342	4257	4352

Zeitreihen

Beispiel 12.1

	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez
1991	2735	2638	2647	2649	2769
1992	2990	2894	2928	2971	3126
1993	3490	3447	3525	3560	3689
1994	3636	3493	3447	3430	3560
1995	3578	3521	3526	3579	3791
1996	3902	3848	3867	3942	4148
1997	4372	4308	4290	4322	4522
1998	4095	3965	3892	3946	4197
1999	4024	3943	3883	3901	4047
2000	3781	3685	3611	3645	3809
2001	3789	3743	3725	3789	3964
2002	4018	3942	3930	4026	4225
2003	4314	4207	4152	4184	4317

Zeitreihen

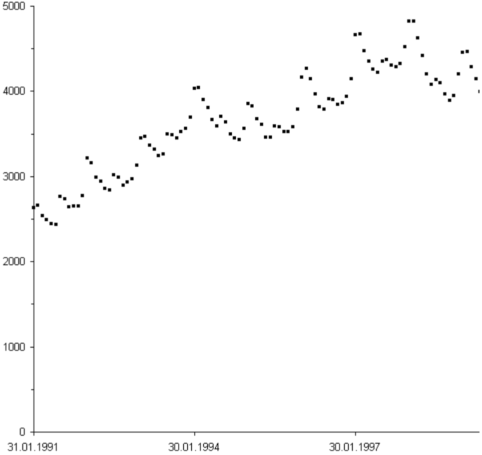

Abbildung 12.1 - Graphische Darstellung der Zeitreihe der Arbeitslosenzahlen

Zeitreihen

Beispiel 12.1

Folgende Gesetzmäßigkeiten lassen sich deutlich erkennen:

- Als erstes fallen die kurzfristigen Schwankungen auf, die eine jahreszeitliche Abhängigkeit aufzeigen. Im Winter ist die Arbeitslosigkeit höher als im übrigen Jahr, im Juli und August liegt ein zweiter Gipfel. Man spricht hier von saisonalen Schwankungen.
- Ferner ist nach einem Anstieg bis Ende 1998 eine kurzfristige Erholung bis Ende 2000 erkennbar, die auf die damalige weltweite konjunkturelle Entwicklung zurückgeführt werden kann.
- Neben diesen kurz- und mittelfristigen Phänomenen wird man bei vielen Zeitreihen noch einen langfristigen Trend ausmachen können (z.B. beim Energieverbrauch, der Anzahl der KFZ, usw.).

Zeitreihen

Beispiel 12.1

Folgende Gesetzmäßigkeiten lassen sich deutlich erkennen:

- Als erstes fallen die kurzfristigen Schwankungen auf, die eine jahreszeitliche Abhängigkeit aufzeigen. Im Winter ist die Arbeitslosigkeit höher als im übrigen Jahr, im Juli und August liegt ein zweiter Gipfel. Man spricht hier von saisonalen Schwankungen.
- Ferner ist nach einem Anstieg bis Ende 1998 eine kurzfristige Erholung bis Ende 2000 erkennbar, die auf die damalige weltweite konjunkturelle Entwicklung zurückgeführt werden kann.
- Neben diesen kurz- und mittelfristigen Phänomenen wird man bei vielen Zeitreihen noch einen langfristigen Trend ausmachen können (z.B. beim Energieverbrauch, der Anzahl der KFZ, usw.).

Zeitreihen

Beispiel 12.1
Folgende Gesetzmäßigkeiten lassen sich deutlich erkennen:

- Als erstes fallen die kurzfristigen Schwankungen auf, die eine jahreszeitliche Abhängigkeit aufzeigen. Im Winter ist die Arbeitslosigkeit höher als im übrigen Jahr, im Juli und August liegt ein zweiter Gipfel. Man spricht hier von saisonalen Schwankungen.
- Ferner ist nach einem Anstieg bis Ende 1998 eine kurzfristige Erholung bis Ende 2000 erkennbar, die auf die damalige weltweite konjunkturelle Entwicklung zurückgeführt werden kann.
- Neben diesen kurz- und mittelfristigen Phänomenen wird man bei vielen Zeitreihen noch einen langfristigen Trend ausmachen können (z.B. beim Energieverbrauch, der Anzahl der KFZ, usw.).

Zeitreihen

Die zugehörigen Komponenten der Zeitreihe bezeichnet man als:

(1) langfristige **Trendkomponente**

(2) mittelfristige **Konjunkturkomponente**

(3) jahreszeitliche Komponente oder **Saisonkomponente**

Weitere Einflüsse wie z.B. bei der Zeitreihe der Arbeitslosenzahlen die Auswirkungen von Wetter, Streiks, etc. fasst man zusammen in der

(4) **Rest**- oder **Störkomponente**.

Zeitreihen

Die zugehörigen Komponenten der Zeitreihe bezeichnet man als:

(1) langfristige **Trendkomponente**

(2) mittelfristige **Konjunkturkomponente**

(3) jahreszeitliche Komponente oder **Saisonkomponente**

Weitere Einflüsse wie z.B. bei der Zeitreihe der Arbeitslosenzahlen die Auswirkungen von Wetter, Streiks, etc. fasst man zusammen in der

(4) **Rest**- oder **Störkomponente**.

Zeitreihen

Die zugehörigen Komponenten der Zeitreihe bezeichnet man als:

(1) langfristige **Trendkomponente**

(2) mittelfristige **Konjunkturkomponente**

(3) jahreszeitliche Komponente oder **Saisonkomponente**

Weitere Einflüsse wie z.B. bei der Zeitreihe der Arbeitslosenzahlen die Auswirkungen von Wetter, Streiks, etc. fasst man zusammen in der

(4) **Rest**- oder **Störkomponente**.

Zeitreihen

Die zugehörigen Komponenten der Zeitreihe bezeichnet man als:

(1) langfristige **Trendkomponente**

(2) mittelfristige **Konjunkturkomponente**

(3) jahreszeitliche Komponente oder **Saisonkomponente**

Weitere Einflüsse wie z.B. bei der Zeitreihe der Arbeitslosenzahlen die Auswirkungen von Wetter, Streiks, etc. fasst man zusammen in der

(4) **Rest**- oder **Störkomponente**.

Zeitreihen

Additives Modell der Zusammensetzung

Seien also

$$x_t, \quad t = 1, \ldots, n$$

die Werte einer Zeitreihe zu den Zeitpunkten $t = 1, \ldots, n$, so besteht eine Möglichkeit darin, dass sich die Werte x_t additiv aus ihren Komponenten zusammensetzen:

$$x_t = T_t + Z_t + S_t + U_t$$

T_t *der Wert der Trendkomponente*
Z_t *der Wert der zyklischen oder konjunkturellen Komponente*
S_t *der Wert der Saisonkomponente*
U_t *der Wert der Störkomponente*

Wesentliche Aufgabe ist es nun, diese Komponenten, die ja nicht bekannt sind, zu ermitteln.

Zeitreihen

Additives Modell der Zusammensetzung
Seien also

$$x_t, \quad t = 1, \ldots, n$$

die Werte einer Zeitreihe zu den Zeitpunkten $t = 1, \ldots, n$, so besteht eine Möglichkeit darin, dass sich die Werte x_t additiv aus ihren Komponenten zusammensetzen:

$$x_t = T_t + Z_t + S_t + U_t$$

T_t der Wert der Trendkomponente
Z_t der Wert der zyklischen oder konjunkturellen Komponente
S_t der Wert der Saisonkomponente
U_t der Wert der Störkomponente

Wesentliche Aufgabe ist es nun, diese Komponenten, die ja nicht bekannt sind, zu ermitteln.

Zeitreihen

Additives Modell der Zusammensetzung

Seien also

$$x_t, \quad t = 1, \ldots, n$$

die Werte einer Zeitreihe zu den Zeitpunkten $t = 1, \ldots, n$, so besteht eine Möglichkeit darin, dass sich die Werte x_t additiv aus ihren Komponenten zusammensetzen:

$$x_t = T_t + Z_t + S_t + U_t$$

T_t der Wert der Trendkomponente
Z_t der Wert der zyklischen oder konjunkturellen Komponente
S_t der Wert der Saisonkomponente
U_t der Wert der Störkomponente

Wesentliche Aufgabe ist es nun, diese Komponenten, die ja nicht bekannt sind, zu ermitteln.

Zeitreihen

Additives Modell der Zusammensetzung
Seien also

$$x_t, \quad t = 1, \ldots, n$$

die Werte einer Zeitreihe zu den Zeitpunkten $t = 1, \ldots, n$, so besteht eine Möglichkeit darin, dass sich die Werte x_t additiv aus ihren Komponenten zusammensetzen:

$$x_t = T_t + Z_t + S_t + U_t$$

T_t *der Wert der Trendkomponente*
Z_t *der Wert der zyklischen oder konjunkturellen Komponente*
S_t *der Wert der Saisonkomponente*
U_t *der Wert der Störkomponente*

Wesentliche Aufgabe ist es nun, diese Komponenten, die ja nicht bekannt sind, zu ermitteln.

Methode der gleitenden Durchschnitte

Zur Erinnerung: additives Modell

$$x_t = T_t + Z_t + S_t + U_t$$

Die Saison- und Störkomponente werden ausgeschaltet, indem man jeweils Durchschnitte über den Zeitraum der Periodenlänge bildet. Dies geschieht mit Hilfe der Methode der gleitenden Durchschnitte, wodurch man die sogenannte **glatte Komponente** erhält:

$$G_t = T_t + Z_t$$

(Annahme: Störterme heben sich zumindest approximativ gegenseitig auf; äquidistante Zeitpunkte)

Methode der gleitenden Durchschnitte

Zur Erinnerung: additives Modell

$$x_t = T_t + Z_t + S_t + U_t$$

Die Saison- und Störkomponente werden ausgeschaltet, indem man jeweils Durchschnitte über den Zeitraum der Periodenlänge bildet. Dies geschieht mit Hilfe der Methode der gleitenden Durchschnitte, wodurch man die sogenannte **glatte Komponente** erhält:

$$G_t = T_t + Z_t$$

(Annahme: Störterme heben sich zumindest approximativ gegenseitig auf; äquidistante Zeitpunkte)

Methode der gleitenden Durchschnitte

Zur Erinnerung: additives Modell

$$x_t = T_t + Z_t + S_t + U_t$$

Die Saison- und Störkomponente werden ausgeschaltet, indem man jeweils Durchschnitte über den Zeitraum der Periodenlänge bildet. Dies geschieht mit Hilfe der Methode der gleitenden Durchschnitte, wodurch man die sogenannte **glatte Komponente** erhält:

$$G_t = T_t + Z_t$$

(Annahme: Störterme heben sich zumindest approximativ gegenseitig auf; äquidistante Zeitpunkte)

Methode der gleitenden Durchschnitte

Zur Erinnerung: additives Modell

$$x_t = T_t + Z_t + S_t + U_t$$

Die Saison- und Störkomponente werden ausgeschaltet, indem man jeweils Durchschnitte über den Zeitraum der Periodenlänge bildet. Dies geschieht mit Hilfe der Methode der gleitenden Durchschnitte, wodurch man die sogenannte **glatte Komponente** erhält:

$$G_t = T_t + Z_t$$

(Annahme: Störterme heben sich zumindest approximativ gegenseitig auf; äquidistante Zeitpunkte)

Methode der gleitenden Durchschnitte

Gleitender Durchschnitt ungerader Ordnung $2k + 1$
Das arithmetische Mittel wird aus x_t, den k vorausgehenden Werten $x_{t-k}, x_{t-k+1}, \ldots, x_{t-1}$ und den k nachfolgenden Werten $x_{t+1}, x_{t+2}, \ldots, x_{t+k}$ gebildet:

$$x_t^* = \frac{1}{2k+1}(x_{t-k} + x_{t-k+1} + \ldots + x_t + \ldots + x_{t+k}).$$

Das arithmetische Mittel wird also dem Zeitpunkt „in der Mitte“ zugeordnet.
Die Werte x_t^* lassen sich bilden für $t = k+1, \ldots, n-k$.

Methode der gleitenden Durchschnitte

Gleitender Durchschnitt ungerader Ordnung $2k + 1$
Das arithmetische Mittel wird aus x_t, den k vorausgehenden Werten $x_{t-k}, x_{t-k+1}, \ldots, x_{t-1}$ und den k nachfolgenden Werten $x_{t+1}, x_{t+2}, \ldots, x_{t+k}$ gebildet:

$$x_t^* = \frac{1}{2k+1}(x_{t-k} + x_{t-k+1} + \ldots + x_t + \ldots + x_{t+k}).$$

Das arithmetische Mittel wird also dem Zeitpunkt „in der Mitte“ zugeordnet.
Die Werte x_t^* lassen sich bilden für $t = k + 1, \ldots, n - k$.

Methode der gleitenden Durchschnitte

Beispiel 12.2
Betrachtet wird eine Zeitreihe aus Monatsdaten, wobei man von saisonalen Schwankungen im Quartalsrhythmus (Periodenlänge also 3 Monate; $k = 1$) ausgeht:

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
10	9	12	11	10	14	12	12	15	14	12	15

Methode der gleitenden Durchschnitte

Beispiel 12.2
Betrachtet wird eine Zeitreihe aus Monatsdaten, wobei man von saisonalen Schwankungen im Quartalsrhythmus (Periodenlänge also 3 Monate; $k = 1$) ausgeht:

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
10	9	12	11	10	14	12	12	15	14	12	15

Methode der gleitenden Durchschnitte

Als gleitende Durchschnitte der Ordnung 3 erhält man:

F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
10.33	10.66	11.00	11.66	12.00	12.66	13.00	13.66	13.66	13.66

Bemerkung: Für die Monate Januar und Dezember können keine Durchschnitte berechnet werden, da die notwendigen Daten zur Berechnung nicht vollständig vorhanden sind.

Methode der gleitenden Durchschnitte

Als gleitende Durchschnitte der Ordnung 3 erhält man:

F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
10.33	10.66	11.00	11.66	12.00	12.66	13.00	13.66	13.66	13.66

Bemerkung: Für die Monate Januar und Dezember können keine Durchschnitte berechnet werden, da die notwendigen Daten zur Berechnung nicht vollständig vorhanden sind.

Methode der gleitenden Durchschnitte

Als gleitende Durchschnitte der Ordnung 3 erhält man:

F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
10.33	10.66	11.00	11.66	12.00	12.66	13.00	13.66	13.66	13.66

Bemerkung: Für die Monate Januar und Dezember können keine Durchschnitte berechnet werden, da die notwendigen Daten zur Berechnung nicht vollständig vorhanden sind.

Methode der gleitenden Durchschnitte

Gleitender Durchschnitt gerader Ordnung $2k$

Fall $\mathbf{2k = 4}$: Berechnet man beispielsweise das arithmetische Mittel aus x_2, x_3, x_4, x_5 also

$$\frac{1}{4}(x_2 + x_3 + x_4 + x_5), \qquad (= x^*_{3.5})$$

so ist 3.5 der mittlere Zeitpunkt. Damit wären die Zeitreihen zeitlich versetzt. Man zieht daher ein zusätzliches arithmetische Mittel heran:

$$\frac{1}{4}(x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \qquad (= x^*_{4.5})$$

Methode der gleitenden Durchschnitte

Gleitender Durchschnitt gerader Ordnung 2*k*

Aus den beiden Werten $x^*_{3.5}$ und $x^*_{4.5}$ berechnet man nun den gleitenden Durchschnitt:

$$
\begin{aligned}
x^*_4 &= \tfrac{1}{2}x^*_{3.5} + \tfrac{1}{2}x^*_{4.5} \\
&= \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{4}(x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{4}(x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
&= \tfrac{1}{4}(\tfrac{1}{2}x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \tfrac{1}{2}x_6)
\end{aligned}
$$

Allgemeines *k*:

$$x^*_t = \frac{1}{2k}(\frac{1}{2}x_{t-k} + x_{t-k+1} + \ldots + x_{t-1} + x_t + x_{t+1} + \ldots + x_{t+k-1} + \frac{1}{2}x_{t+k})$$

Methode der gleitenden Durchschnitte

Gleitender Durchschnitt gerader Ordnung $2k$

Aus den beiden Werten $x^*_{3.5}$ und $x^*_{4.5}$ berechnet man nun den gleitenden Durchschnitt:

$$\begin{aligned}
x_4^* &= \tfrac{1}{2}x^*_{3.5} + \tfrac{1}{2}x^*_{4.5} \\
&= \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{4}(x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{4}(x_3 + x_4 + x_5 + x_6) \\
&= \tfrac{1}{4}(\tfrac{1}{2}x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \tfrac{1}{2}x_6)
\end{aligned}$$

Allgemeines k:

$$x_t^* = \frac{1}{2k}(\frac{1}{2}x_{t-k} + x_{t-k+1} + \ldots + x_{t-1} + x_t + x_{t+1} + \ldots + x_{t+k-1} + \frac{1}{2}x_{t+k})$$

Methode der gleitenden Durchschnitte

Beispiel 12.3
Der vierteljährliche Umsatz eines Getränkehändlers aus den Jahren 1998-2001 ergibt die folgende Zeitreihe (in 10000 DM):

	Umsatz				gleitende Durchschnitte			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1998	5	8	10	6			7.5	8.25
1999	7	12	12	8	9	9.5	10	10.25
2000	9	12	14	10	10.5	11	11.25	11.25
2001	9	12	16	10	11.5	11.75		

In der rechten Hälfte sind die gleitenden Durchschnitte der Ordnung 4.

Methode der gleitenden Durchschnitte

Beispiel 12.3
Der vierteljährliche Umsatz eines Getränkehändlers aus den Jahren 1998-2001 ergibt die folgende Zeitreihe (in 10000 DM):

	Umsatz				gleitende Durchschnitte			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1998	5	8	10	6			7.5	8.25
1999	7	12	12	8	9	9.5	10	10.25
2000	9	12	14	10	10.5	11	11.25	11.25
2001	9	12	16	10	11.5	11.75		

In der rechten Hälfte sind die gleitenden Durchschnitte der Ordnung 4.

Methode der gleitenden Durchschnitte

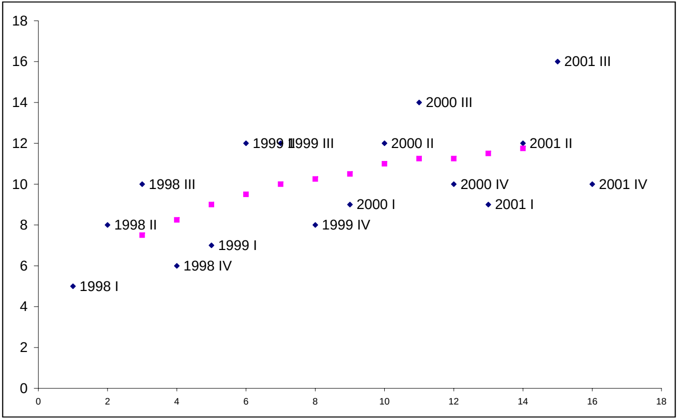

Abbildung 12.2 - Graphik zu Beispiel 12.3

Methode der gleitenden Durchschnitte

Anmerkung: Bei dieser Vorgehensweise erhält man die glatte Komponente, durch Bildung der gleitenden Durchschnitte in der Ordnung der Periodenlänge. Voraussetzung dabei ist, dass die Störkomponente um 0 streut, sich also in einer Saison im Mittel aufhebt.

Methode der gleitenden Durchschnitte

Beispiel 12.4

Es werden die gleitenden Durchschnitte der Ordnung 12 der Zeitreihe der Arbeitslosenzahlen aus Beispiel 12.1 gebildet. Die Tabelle gibt diese Werte für den Zeitraum Juli 1991 bis Juni 2003 wieder:

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
J	-	2860,3	3189,4	3695,7	3590,7			
F	-	2881,5	3230	3710,7	3583,5			
M	-	2902,8	3273,9	3718,7	3582,2			
A	-	2925,2	3321,8	3717,4	3586,7			
M	-	2950,3	3371,2	3708,8	3596,1			
J	-	2978,6	3419,1	3698,1	3611,9	...	...	...
J	2641	3003,2	3466,7	3685,2	3634,4			
A	2686,2	3026	3514,7	3668,7	3665,8			
S	2725,6	3054,8	3560,9	3650,3	3703,7			
O	2763,2	3085,9	3603,8	3632,5	3738,3			
N	2799,1	3117,7	3641,8	3615,5	3768,3			
D	2832,9	3151,8	3673,1	3601,3	3796,8			

Methode der gleitenden Durchschnitte

Beispiel 12.4

Es werden die gleitenden Durchschnitte der Ordnung 12 der Zeitreihe der Arbeitslosenzahlen aus Beispiel 12.1 gebildet. Die Tabelle gibt diese Werte für den Zeitraum Juli 1991 bis Juni 2003 wieder:

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
J	-	2860,3	3189,4	3695,7	3590,7			
F	-	2881,5	3230	3710,7	3583,5			
M	-	2902,8	3273,9	3718,7	3582,2			
A	-	2925,2	3321,8	3717,4	3586,7			
M	-	2950,3	3371,2	3708,8	3596,1			
J	-	2978,6	3419,1	3698,1	3611,9	...	...	...
J	2641	3003,2	3466,7	3685,2	3634,4			
A	2686,2	3026	3514,7	3668,7	3665,8			
S	2725,6	3054,8	3560,9	3650,3	3703,7			
O	2763,2	3085,9	3603,8	3632,5	3738,3			
N	2799,1	3117,7	3641,8	3615,5	3768,3			
D	2832,9	3151,8	3673,1	3601,3	3796,8			

Methode der gleitenden Durchschnitte

Beispiel 12.4
Es werden die gleitenden Durchschnitte der Ordnung 12 der Zeitreihe der Arbeitslosenzahlen aus Beispiel 12.1 gebildet. Die Tabelle gibt diese Werte für den Zeitraum Juli 1991 bis Juni 2003 wieder:

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
J	-	2860,3	3189,4	3695,7	3590,7			
F	-	2881,5	3230	3710,7	3583,5			
M	-	2902,8	3273,9	3718,7	3582,2			
A	-	2925,2	3321,8	3717,4	3586,7			
M	-	2950,3	3371,2	3708,8	3596,1			
J	-	2978,6	3419,1	3698,1	3611,9	...	...	...
J	2641	3003,2	3466,7	3685,2	3634,4			
A	2686,2	3026	3514,7	3668,7	3665,8			
S	2725,6	3054,8	3560,9	3650,3	3703,7			
O	2763,2	3085,9	3603,8	3632,5	3738,3			
N	2799,1	3117,7	3641,8	3615,5	3768,3			
D	2832,9	3151,8	3673,1	3601,3	3796,8			

Methode der gleitenden Durchschnitte

Beispiel 12.4

	1999	2000	2001	2002	2003
J	4122,2	3993,7	3818,4	3966,6	4281
F	4114,8	3974,2	3818,5	3986,5	4306,1
M	4110,9	3953,3	3821,2	4004,4	4329,5
A	4109,6	3931,2	3828,4	4021,2	4349,7
M	4107,4	3909,2	3839,2	4039,5	4365,6
J	4099,2	3888,7	3851,6	4060,3	4376
J	4086,2	3870,4	3866,3	4085,1	-
A	4071,7	3855,2	3882,1	4116,1	-
S	4057,7	3842,4	3896,3	4152	-
O	4044,9	3831,6	3909,3	4190,4	-
N	4029,5	3823,9	3925,2	4226,6	-
D	4011,9	3819,8	3945,4	4255,7	-

Methode der gleitenden Durchschnitte

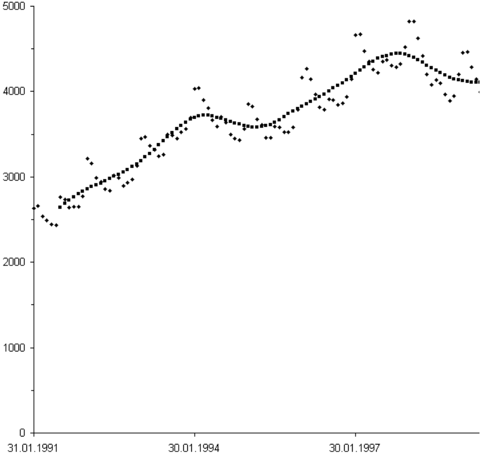

Abbildung 12.4 - Arbeitslosenzahlen und gleitende Durchschnitte der Jahre 1991-2003

Saisonfigur

Man unterscheidet zwischen zwei grundlegenden Situationen:

(1) **Konstante Saisonfigur** - Die saisonalen Schwankungen wirken sich von Periode zu Periode in gleicher Weise, also insbesondere in absolut gleicher Höhe aus.

(2) **Nicht konstante Saisonfigur** - Die saisonalen Schwankungen sind proportional zur glatten Komponente, d.h. die Schwankungen nehmen bei zunehmendem Wert der glatten Komponente ebenfalls zu.

Aufgabe in jeder dieser Situationen ist die Bestimmung der Saisonfigur.

Saisonfigur

Man unterscheidet zwischen zwei grundlegenden Situationen:

(1) **Konstante Saisonfigur** - Die saisonalen Schwankungen wirken sich von Periode zu Periode in gleicher Weise, also insbesondere in absolut gleicher Höhe aus.

(2) **Nicht konstante Saisonfigur** - Die saisonalen Schwankungen sind proportional zur glatten Komponente, d.h. die Schwankungen nehmen bei zunehmendem Wert der glatten Komponente ebenfalls zu.

Aufgabe in jeder dieser Situationen ist die Bestimmung der Saisonfigur.

Saisonfigur

Man unterscheidet zwischen zwei grundlegenden Situationen:

(1) **Konstante Saisonfigur** - Die saisonalen Schwankungen wirken sich von Periode zu Periode in gleicher Weise, also insbesondere in absolut gleicher Höhe aus.

(2) **Nicht konstante Saisonfigur** - Die saisonalen Schwankungen sind proportional zur glatten Komponente, d.h. die Schwankungen nehmen bei zunehmendem Wert der glatten Komponente ebenfalls zu.

Aufgabe in jeder dieser Situationen ist die Bestimmung der Saisonfigur.

Saisonfigur

Seien die Werte einer Zeitreihe zu den Zeitpunkten $t = 1, \ldots, n$

$$x_t, \quad t = 1, \ldots, n$$

und geht man davon aus, dass gilt

$$x_t^* \approx G_t = T_t + Z_t \quad \text{für } t = k+1, \ldots, n-k,$$

so entspricht die Summe aus Saison- und Störkomponente:

$$x_t - x_t^* \approx S_t + U_t$$

Saisonfigur

Seien die Werte einer Zeitreihe zu den Zeitpunkten $t = 1, \ldots, n$

$$x_t, \quad t = 1, \ldots, n$$

und geht man davon aus, dass gilt

$$x_t^* \approx G_t = T_t + Z_t \quad \text{für } t = k+1, \ldots, n-k,$$

so entspricht die Summe aus Saison- und Störkomponente:

$$x_t - x_t^* \approx S_t + U_t$$

Saisonfigur

Seien die Werte einer Zeitreihe zu den Zeitpunkten $t = 1, \ldots, n$

$$x_t, \quad t = 1, \ldots, n$$

und geht man davon aus, dass gilt

$$x_t^* \approx G_t = T_t + Z_t \quad \text{für } t = k+1, \ldots, n-k,$$

so entspricht die Summe aus Saison- und Störkomponente:

$$x_t - x_t^* \approx S_t + U_t$$

Saisonfigur

Beispiel 12.5

t	1	2	3	4	5	6
x_t	4.0	2.0	3.0	5.0	3.0	4.0
x_t^*		3.0	$3.\bar{3}$	$3.\bar{6}$	4.0	$4.\bar{3}$
$x_t - x_t^*$		-1.0	$-0.\bar{3}$	$1.\bar{3}$	-1.0	$-0.\bar{3}$

t	7	8	9	10	11	12	13	14
x_t	6.0	4.0	5.0	7.0	5.0	6.0	8.0	6.0
x_t^*	$4.\bar{6}$	5.0	$5.\bar{3}$	$5.\bar{6}$	6.0	$6.\bar{3}$	$6.\bar{6}$	
$x_t - x_t^*$	$1.\bar{3}$	-1.0	$-0.\bar{3}$	$1.\bar{3}$	-1.0	$-0.\bar{3}$	$1.\bar{3}$	

Die gleitenden Durchschnitte x_t^* der Ordnung 3 entsprechen der glatten Komponente. Eine Störkomponente ist nicht vorhanden, so dass $x_t - x_t^*$ mit der Saisonkomponente übereinstimmt. $x_t - x_t^*$ ist periodisch und der Periodendurchschnitt (gleitender Durchschnitt der Ordnung 3) ist 0. Die Größen -1, $-0.\overline{3}, 1.\overline{3}$ nennt man **Saisonfigur**.

Die Saisonfigur ist hier also konstant.

Die gleitenden Durchschnitte x_t^* der Ordnung 3 entsprechen der glatten Komponente. Eine Störkomponente ist nicht vorhanden, so dass $x_t - x_t^*$ mit der Saisonkomponente übereinstimmt. $x_t - x_t^*$ ist periodisch und der Periodendurchschnitt (gleitender Durchschnitt der Ordnung 3) ist 0. Die Größen -1, $-0.\overline{3}, 1.\overline{3}$ nennt man **Saisonfigur**. Die Saisonfigur ist hier also konstant.

Saisonfigur

Beispiel 12.6: d.h. $x_t = (1 + \lambda_t)t$ mit $\lambda_1 = \lambda_4 = \ldots = 0, \lambda_2 = \lambda_5 = \ldots = \frac{1}{3}, \lambda_3 = \lambda_6 = \ldots = -\frac{1}{3}$

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x_t	1	$2.\bar{6}$	2	4	$6.\bar{6}$	4	7	$10.\bar{6}$
x_t^*		1.89	2.89	4.22	4.89	5.89	7.22	7.89
$\frac{x_t}{x_t^*}$		1.41	0.69	0.95	1.36	0.68	0.97	1.35

t	9	10	11	12	13	14	15
x_t	6	10	$14.\bar{6}$	8	13	$18.\bar{6}$	10
x_t^*	8.89	10.22	10.89	11.89	13.22	13.89	
$\frac{x_t}{x_t^*}$	0.68	0.97	1.35	0.67	0.98	1.34	

In diesem Fall liegt Proportionalität von saisonalen Schwankungen und glatter Komponente vor. Neben dem gleitenden Durchschnitt x_t^* der Ordnung 3 ist auch der Quotient $\frac{x_t}{x_t^*}$ angegeben.

Saisonfigur

Beispiel 12.6
Dieser entspricht in etwa dem Quotienten mit dem gesuchten Proportionalitätsfaktor λ_t für den Zeitpunkt t:

$$\frac{G_t + S_t}{G_t} = (1 + \lambda_t)$$

Aufgabe ist hier also die Bestimmung der Proportionalitätsfaktoren λ_t bzw. der sogenannten **Saisonindexziffern** $I_t = 1 + \lambda_t$.

Saisonfigur

Beispiel 12.6
Dieser entspricht in etwa dem Quotienten mit dem gesuchten Proportionalitätsfaktor λ_t für den Zeitpunkt t:

$$\frac{G_t + S_t}{G_t} = (1 + \lambda_t)$$

Aufgabe ist hier also die Bestimmung der Proportionalitätsfaktoren λ_t bzw. der sogenannten **Saisonindexziffern** $I_t = 1 + \lambda_t$.

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Im Beispiel 12.5 erhielten wir die Saisonfigur direkt als Differenz aus Zeitreihe und geglätteten Werten. Im allgemeinen ist dies natürlich nicht der Fall; vielmehr werden die Abweichungen $x_t - x_t^*$ auch für übereinstimmende Zeitpunkte innerhalb der Periode (also z.B. bei Januarwerten für Monatsdaten) noch schwanken. Diese Schwankungen können wir dadurch eliminieren, dass wir den **Mittelwert der Abweichungen** bilden.

Sei also $z_t = x_t - x_t^*$ und ℓ die Periodenlänge der Saison, dann beziehen sich die Werte

$$\begin{array}{cccc} z_1, & z_{1+\ell}, & z_{1+2\ell}, & \dots \\ z_2, & z_{2+\ell}, & z_{2+2\ell}, & \dots \\ \vdots & & & \\ z_\ell, & z_{\ell+\ell}, & z_{\ell+2\ell}, & \dots \end{array}$$

auf denselben Zeitpunkt innerhalb der Saison.
(Beispielsweise ist bei Monatsdaten $\ell = 12$, somit bezieht sich neben z_1 auch $z_{1+12}, z_{1+24}, \dots$ auf den Monat Januar)

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Bildet man das arithmetische Mittel bei jeder dieser ℓ Zahlenreihen, so erhält man:

$$\begin{aligned}
\bar{S}_1 &= \frac{1}{\text{Anzahl der Werte}}(z_1 + z_{1+\ell} + z_{1+2\ell} + \ldots) \\
&= \frac{1}{m_1}\sum_{i=1}^{m_1} z_{1+(i-1)\cdot\ell}, \\
\bar{S}_2 &= \frac{1}{\text{Anzahl der Werte}}(z_2 + z_{2+\ell} + z_{2+2\ell} + \ldots) \\
&= \frac{1}{m_2}\sum_{i=1}^{m_2} z_{2+(i-1)\cdot\ell}, \\
&\vdots \\
\bar{S}_\ell &= \frac{1}{\text{Anzahl der Werte}}(z_\ell + z_{2\ell} + z_{3\ell} + \ldots) \\
&= \frac{1}{m_\ell}\sum_{i=1}^{m_\ell} z_{i\ell}.
\end{aligned}$$

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Bildet man das arithmetische Mittel bei jeder dieser ℓ Zahlenreihen, so erhält man:

$$
\begin{aligned}
\bar{S}_1 &= \frac{1}{\text{Anzahl der Werte}}(z_1 + z_{1+\ell} + z_{1+2\ell} + \ldots) \\
&= \frac{1}{m_1}\sum_{i=1}^{m_1} z_{1+(i-1)\cdot\ell}, \\
\bar{S}_2 &= \frac{1}{\text{Anzahl der Werte}}(z_2 + z_{2+\ell} + z_{2+2\ell} + \ldots) \\
&= \frac{1}{m_2}\sum_{i=1}^{m_2} z_{2+(i-1)\cdot\ell}, \\
&\vdots \\
\bar{S}_\ell &= \frac{1}{\text{Anzahl der Werte}}(z_\ell + z_{2\ell} + z_{3\ell} + \ldots) \\
&= \frac{1}{m_\ell}\sum_{i=1}^{m_\ell} z_{i\ell}.
\end{aligned}
$$

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Da die Saisonfigur keinen systematischen Einfluss haben soll, erwartet man, dass sie im Mittel verschwindet. Die Zahlen $\bar{S}_1$ bis $\bar{S}_\ell$ erfüllen diese Anforderungen in der Regel nicht. Man muss also als Korrektur noch jeweils das Mittel der Werte $\bar{S}_1, ..., \bar{S}_\ell$ abziehen. Sei

$$\bar{S} = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \bar{S}_i,$$

so erhalten wir die Saisonfigur

$$\hat{S}_1 = \bar{S}_1 - \bar{S},\ \hat{S}_2 = \bar{S}_2 - \bar{S}, \cdots,\ \hat{S}_\ell = \bar{S}_\ell - \bar{S}.$$

Bemerkung: Es handelt sich hierbei nur um Schätzwerte, da man bei Vorliegen einer Störkomponente nur unter sehr starken Voraussetzungen auf diese Weise die exakten Werte erhält.

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Da die Saisonfigur keinen systematischen Einfluss haben soll, erwartet man, dass sie im Mittel verschwindet. Die Zahlen $\bar{S}_1$ bis $\bar{S}_\ell$ erfüllen diese Anforderungen in der Regel nicht. Man muss also als Korrektur noch jeweils das Mittel der Werte $\bar{S}_1, ..., \bar{S}_\ell$ abziehen. Sei

$$\bar{S} = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \bar{S}_i,$$

so erhalten wir die Saisonfigur

$$\hat{S}_1 = \bar{S}_1 - \bar{S},\ \hat{S}_2 = \bar{S}_2 - \bar{S}, \cdots,\ \hat{S}_\ell = \bar{S}_\ell - \bar{S}.$$

Bemerkung: Es handelt sich hierbei nur um Schätzwerte, da man bei Vorliegen einer Störkomponente nur unter sehr starken Voraussetzungen auf diese Weise die exakten Werte erhält.

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Da die Saisonfigur keinen systematischen Einfluss haben soll, erwartet man, dass sie im Mittel verschwindet. Die Zahlen $\bar{S}_1$ bis $\bar{S}_\ell$ erfüllen diese Anforderungen in der Regel nicht. Man muss also als Korrektur noch jeweils das Mittel der Werte $\bar{S}_1, \ldots, \bar{S}_\ell$ abziehen. Sei

$$\bar{S} = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \bar{S}_i,$$

so erhalten wir die Saisonfigur

$$\hat{S}_1 = \bar{S}_1 - \bar{S},\ \hat{S}_2 = \bar{S}_2 - \bar{S}, \cdots,\ \hat{S}_\ell = \bar{S}_\ell - \bar{S}.$$

Bemerkung: Es handelt sich hierbei nur um Schätzwerte, da man bei Vorliegen einer Störkomponente nur unter sehr starken Voraussetzungen auf diese Weise die exakten Werte erhält.

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Beispiel 12.7

In Beispiel 12.3 wurden gleitende Durchschnitte der Ordnung 4 berechnet. Daraus ergibt sich weiter:

	$x_t - x_t^*$			
	I	II	III	IV
1998			2.50	−2.25
1999	−2.00	2.50	2.00	−2.25
2000	−1.50	1.00	2.75	−1.25
2001	−2.50	0.25		
	−2.00	1.25	2.42	−1.92
	$\bar{S}_I$	$\bar{S}_{II}$	$\bar{S}_{III}$	$\bar{S}_{IV}$

Damit ist $\bar{S} = -0.06$ und

$$\hat{S}_I = -1.94, \quad \hat{S}_{II} = 1.31, \quad \hat{S}_{III} = 2.48, \quad \hat{S}_{IV} = -1.86.$$

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Beispiel 12.7
In Beispiel 12.3 wurden gleitende Durchschnitte der Ordnung 4 berechnet. Daraus ergibt sich weiter:

	$x_t - x_t^*$			
	I	II	III	IV
1998			2.50	−2.25
1999	−2.00	2.50	2.00	−2.25
2000	−1.50	1.00	2.75	−1.25
2001	−2.50	0.25		
	−2.00	1.25	2.42	−1.92
	$\bar{S}_I$	$\bar{S}_{II}$	$\bar{S}_{III}$	$\bar{S}_{IV}$

Damit ist $\bar{S} = -0.06$ und

$$\hat{S}_I = -1.94, \quad \hat{S}_{II} = 1.31, \quad \hat{S}_{III} = 2.48, \quad \hat{S}_{IV} = -1.86.$$

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Saisonbereinigte Zeitreihe
Ergibt sich, indem man von der originalen Zeitreihe den jeweils zugehörigen Wert der Saisonfigur abzieht.

Beispiel 12.8
Im Beispiel 12.7 erhält man als saisonbereinigte Zeitreihe für 2001:

	I	*II*	*III*	*IV*
2001	10.94	10.69	13.52	11.86

Bestimmung einer konstanten Saisonfigur

Saisonbereinigte Zeitreihe
Ergibt sich, indem man von der originalen Zeitreihe den jeweils zugehörigen Wert der Saisonfigur abzieht.
Beispiel 12.8
Im Beispiel 12.7 erhält man als saisonbereinigte Zeitreihe für 2001:

	I	*II*	*III*	*IV*
2001	10.94	10.69	13.52	11.86

Berechnung der Saisonindexziffern

Es sei angenommen, dass

$$S_t = \lambda_t G_t \quad \text{bzw.} \quad G_t + S_t = (1 + \lambda_t) G_t = I_t G_t$$

gilt, wobei die Proportionalitätsfaktoren λ_t bzw. die Indexziffern I_t periodisch sind mit der Periodenlänge ℓ der Saison. Seien wieder x_t^* die gleitenden Durchschnitte der Ordnung ℓ. x_t/x_t^* entspricht dem Quotienten $(G_t + S_t)/G_t = I_t$. Es ist nicht zu erwarten, dass $r_t = x_t/x_t^*$ periodisch ist, d.h. auch hier werden die Werte

$$\begin{array}{l} r_1, r_{1+\ell}, r_{1+2\ell}, \cdots \\ r_2, r_{2+\ell}, r_{2+2\ell}, \cdots \\ \vdots \\ r_\ell, r_{2\ell}, r_{3\ell}, \cdots, \end{array}$$

die jeweils übereinstimmenden zeitlichen Bezug innerhalb der Periode besitzen, noch leichten Schwankungen unterworfen sein.

Berechnung der Saisonindexziffern

Es sei angenommen, dass

$$S_t = \lambda_t G_t \quad \text{bzw.} \quad G_t + S_t = (1 + \lambda_t) G_t = I_t G_t$$

gilt, wobei die Proportionalitätsfaktoren λ_t bzw. die Indexziffern I_t periodisch sind mit der Periodenlänge ℓ der Saison. Seien wieder x_t^* die gleitenden Durchschnitte der Ordnung ℓ. x_t / x_t^* entspricht dem Quotienten $(G_t + S_t)/G_t = I_t$. Es ist nicht zu erwarten, dass $r_t = x_t / x_t^*$ periodisch ist, d.h. auch hier werden die Werte

$$\begin{array}{l} r_1, r_{1+\ell}, r_{1+2\ell}, \ldots. \\ r_2, r_{2+\ell}, r_{2+2\ell}, \ldots. \\ \vdots \\ r_\ell, r_{2\ell}, r_{3\ell}, \ldots., \end{array}$$

die jeweils übereinstimmenden zeitlichen Bezug innerhalb der Periode besitzen, noch leichten Schwankungen unterworfen sein.

Berechnung der Saisonindexziffern

Diese Schwankungen werden wiederum durch eine **Mittelwertbildung** eliminiert.

$$
\begin{aligned}
\bar{I}_1 &= \frac{1}{\text{Anzahl der Werte}}(r_1 + r_{1+\ell} + r_{1+2\ell} + \ldots) \\
&= \frac{1}{m_1}\sum_{i=1}^{m_1} r_{1+(i-1)\cdot\ell}, \\
\bar{I}_2 &= \frac{1}{m_2}\sum_{i=1}^{m_2} r_{2+(i-1)\cdot\ell}, \\
&\vdots \\
\bar{I}_\ell &= \frac{1}{m_\ell}\sum_{i=1}^{m_\ell} r_{i\ell}.
\end{aligned}
$$

Berechnung der Saisonindexziffern

Diese Schwankungen werden wiederum durch eine **Mittelwertbildung** eliminiert.

$$
\begin{aligned}
\bar{l}_1 &= \frac{1}{\text{Anzahl der Werte}}(r_1 + r_{1+\ell} + r_{1+2\ell} + \ldots) \\
&= \frac{1}{m_1}\sum_{i=1}^{m_1} r_{1+(i-1)\cdot\ell}, \\
\bar{l}_2 &= \frac{1}{m_2}\sum_{i=1}^{m_2} r_{2+(i-1)\cdot\ell}, \\
&\vdots \\
\bar{l}_\ell &= \frac{1}{m_\ell}\sum_{i=1}^{m_\ell} r_{i\ell}.
\end{aligned}
$$

Berechnung der Saisonindexziffern

Da die Indexziffern multiplikativ eingehen und wieder keinen systematischen Beitrag bringen sollen, fordert man, dass ihr arithmetisches Mittel 1 ist. Um dies zu erreichen, müssen die Werte $\bar{I}_1, ..., \bar{I}_\ell$ noch durch das arithmetische Mittel dividiert werden.

$$\bar{I} = \frac{1}{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} \bar{I}_j$$

Die so berechneten Saisonindexziffern lauten dann:

$$\hat{I}_1 = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}}, \hat{I}_2 = \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}}, \cdots, \hat{I}_\ell = \frac{\bar{I}_\ell}{\bar{I}}$$

Bemerkung: Die saisonbereinigte Zeitreihe erhält man bei diesem multiplikativen Ansatz durch Division der Zeitreihenwerte durch die zugehörige Indexziffer.

Berechnung der Saisonindexziffern

Da die Indexziffern multiplikativ eingehen und wieder keinen systematischen Beitrag bringen sollen, fordert man, dass ihr arithmetisches Mittel 1 ist. Um dies zu erreichen, müssen die Werte $\bar{I}_1, ..., \bar{I}_\ell$ noch durch das arithmetische Mittel dividiert werden.

$$\bar{I} = \frac{1}{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} \bar{I}_j$$

Die so berechneten Saisonindexziffern lauten dann:

$$\hat{I}_1 = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}}, \hat{I}_2 = \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}}, \cdots, \hat{I}_\ell = \frac{\bar{I}_\ell}{\bar{I}}$$

Bemerkung: Die saisonbereinigte Zeitreihe erhält man bei diesem multiplikativen Ansatz durch Division der Zeitreihenwerte durch die zugehörige Indexziffer.

Berechnung der Saisonindexziffern

Da die Indexziffern multiplikativ eingehen und wieder keinen systematischen Beitrag bringen sollen, fordert man, dass ihr arithmetisches Mittel 1 ist. Um dies zu erreichen, müssen die Werte $\bar{I}_1, ..., \bar{I}_\ell$ noch durch das arithmetische Mittel dividiert werden.

$$\bar{I} = \frac{1}{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} \bar{I}_j$$

Die so berechneten Saisonindexziffern lauten dann:

$$\hat{I}_1 = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}}, \hat{I}_2 = \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}}, \cdots, \hat{I}_\ell = \frac{\bar{I}_\ell}{\bar{I}}$$

Bemerkung: Die saisonbereinigte Zeitreihe erhält man bei diesem multiplikativen Ansatz durch Division der Zeitreihenwerte durch die zugehörige Indexziffer.

Berechnung der Saisonindexziffern

Beispiel 12.9
Im Beispiel 12.6 erhält man die saisonal zusammengehörenden Werte für x_t/x_t^* (Periodenlänge $\ell = 3$):

$$\begin{array}{llllll} 1.41, & 1.36, & 1.35, & 1.35, & 1.34 & \text{mit Mittelwert } \bar{I}_1 = 1.362 \\ 0.69, & 0.68, & 0.68, & 0.67 & & \text{mit Mittelwert } \bar{I}_2 = 0.680 \\ 0.95, & 0.97, & 0.97, & 0.98 & & \text{mit Mittelwert } \bar{I}_3 = 0.968 \end{array}$$

Damit ist $\bar{I} = 1.00\bar{3}$ und die korrigierten Werte sind

$$\hat{I}_1 = 1.357, \hat{I}_2 = 0.678, \hat{I}_3 = 0.965.$$

Berechnung der Saisonindexziffern

Beispiel 12.9
Im Beispiel 12.6 erhält man die saisonal zusammengehörenden Werte für x_t/x_t^* (Periodenlänge $\ell = 3$):

$$\begin{array}{llllll} 1.41, & 1.36, & 1.35, & 1.35, & 1.34 & \text{mit Mittelwert } \bar{I}_1 = 1.362 \\ 0.69, & 0.68, & 0.68, & 0.67 & & \text{mit Mittelwert } \bar{I}_2 = 0.680 \\ 0.95, & 0.97, & 0.97, & 0.98 & & \text{mit Mittelwert } \bar{I}_3 = 0.968 \end{array}$$

Damit ist $\bar{I} = 1.00\bar{3}$ und die korrigierten Werte sind

$$\hat{I}_1 = 1.357, \hat{I}_2 = 0.678, \hat{I}_3 = 0.965.$$